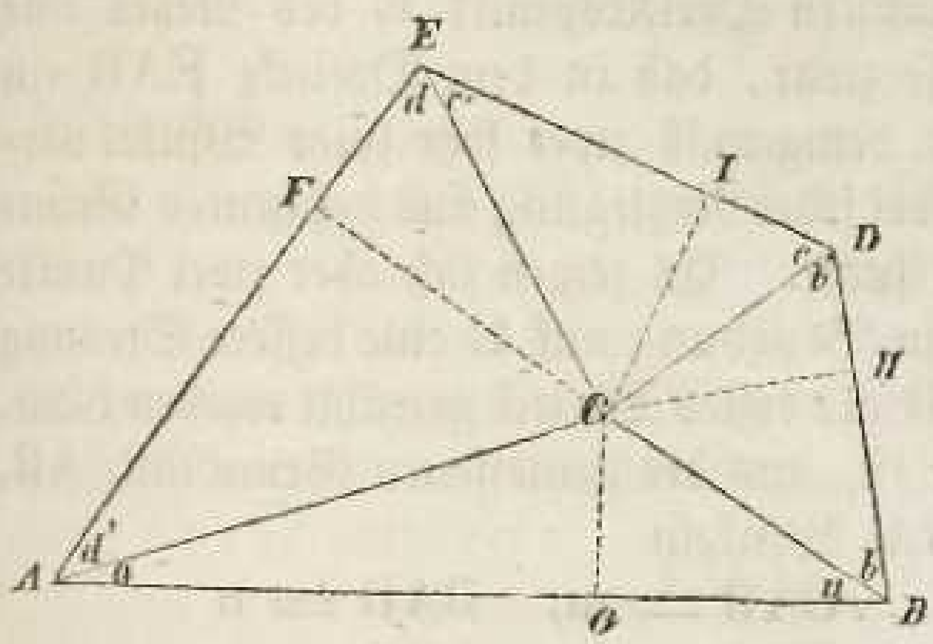
3. Addirt man die Logarithmen der Sinus der gegenüberstehenden Winkel in den Dreiecken, deren Spitzen zu einem gemeinschaftlichen Umkreispunkte gehören, so müssen die Summen dieser Logarithmen-Reihen gleich sein. Die Abweichung zeigt den in den Winkelmessungen begangenen Fehler an.



Dieser Satz läßt sich, mit Rücksicht auf die Figur, bekanntlich auch so ausdrücken:

Das Produkt der Sinus der Winkel a, b, c, d ist gleich dem Produkt der Sinus der gegenüberstehenden Winkel a′, b′, c′, d′.

In dem Dreieck

$$
\begin{array}{llll}
ACB & \text{ist } CG = AC \sin. a & = & BC \sin. a' \\
DCB & \text{„ } CH = BC \sin. b & = & DC \sin. b' \\
ECD & \text{„ } CI = DC \sin. c & = & EC \sin. c' \\
ACE & \text{„ } CF = EC \sin. d & = & AC \sin. d'
\end{array}
$$

Folglich

$$
\begin{aligned}
& AC . BC . DC . EC . \sin. a \ \sin. b \ \sin. c \ \sin. d \\
= \ & BC . DC . EC . AC . \sin. a' \ \sin. b' \ \sin. c' \ \sin. d'.
\end{aligned}
$$

Dividirt man diese Gleichung durch AC, BC, DC und EC, so haben wir

$$\sin. a . \sin. b . \sin. c . \sin. d = \sin. a' . \sin. b' . \sin. c' . \sin. d'$$

Mithin auch

$$
\begin{aligned}
& \log. \sin. a + \log. \sin. b + \log. \sin. c + \log. \sin. d \\
= \ & \log. \sin. a' + \log. \sin. b' + \log. \sin. c' + \log. \sin. d'
\end{aligned}
$$

Dieser Satz ist auch wahr von den Dreiecken, welche die Seiten einer Pyramide bilden; er ist es auch von allen ungleichseitigen Dreiecken, welche man auf den Seiten einer Pyramide beschreiben kann, vorausgesetzt, daß die Seiten, welche den Winkeln gegenüber liegen, alle ihren gemeinschaftlichen Ursprung in der Spitze der Pyramide haben, und zwei aufeinander folgenden Dreiecken gemeinschaftlich sind. Er gilt auch noch von allen ungleichseitigen Dreiecken, welche man, nach denselben Bedingungen, auf einer Sphäre um irgend einen gegebenen Punkt konstruiren kann.

§ 11. Weiten-Bestimmungen.

Bei allen geodätischen Messungen, welche auf der Erdoberfläche vorgenommen werden, sucht man die unbekannten Stücke eines Dreiecks aus einer bekannten Seite und der bekannten Größe der Winkel herzuleiten. Dies ist aus Gründen, welche im Obigen nachgewiesen sind, so allgemein Regel, daß nur sehr selten davon abgewichen wird.

Nichtsdestoweniger lassen sich auch Fälle denken, wo die Ausnahme von der Regel wünschenswerth ist. Vier solcher Fälle wollen wir hier erwähnen.

1. Wenn die unmittelbar gemessene Grundlinie, auf welche die Berechnung eines trigonometrischen Netzes gestützt werden soll, im Verhältniß zu den nächsten Dreieckseiten sehr klein ist, oder gegen diese eine nicht ganz günstige Lage hat, so sucht man durch Winkelmessung möglichst bald auf eine, also mittelbar bestimmte, größere oder besser gelegene Basis zu kommen.