17. Setzt man $\varphi = 1^0$, und dividirt man z durch 360^0, so erhält man die Formel: $\frac{z}{360} = \frac{\alpha}{360}$ sin. 30′ cos. ψ — $\frac{\beta}{360}$ sin. 90′ cos. 3ψ + $\frac{\gamma}{360}$ sin. 150′ cos. 5ψ, welche jeden Quadratgrad auf dem Erdsphäroid für seine mittlere Breite $= \psi$ giebt.

18. Setzt man aber $\varphi = 10'$, und dividirt man z durch $360^0.60'$, so entsteht die Gleichung: $\frac{z}{21600} = \frac{\alpha \sin. 5'}{21600} \cos. \psi - \frac{\beta \sin. 15'}{21600} \cos. 3\psi + \frac{\gamma \sin. 25'}{21600} \cos. 5\psi$, welche jedes Rechteck auf dem Erd-Ellipsoid für 1 Längenminute und 10 Breitenminuten giebt, wenn ψ seine mittlere Breite bedeütet.

Und will man jede Quadratmeile auf dem Sphäroid für seine mittlere Breite $= \psi$ ganz genau haben, so ist sie

$$\frac{z}{21600} = \frac{\alpha \sin. 30''}{21600} \cos. \psi - \frac{\beta \sin. 90''}{21600} \cos. 3\psi + \frac{\gamma \sin. 150''}{21600} \cos. 5\psi.$$

§ 26. Resultate der Breiten-Gradmessungen.

1. Bei Bestimmung des Decimal-Maaß- und Gewichts-Systems ging man in Frankreich von dem Gesichtspunkte aus, daß die Maaß-Einheit ein, von den Dimensionen der Erde selbst entnommenes Urmaaß sein müsse, welches, ganz unabhangig von willkürlichen Annahmen, den Karakter der Unveränderlichkeit an sich trage. Man glaubte diese Bedingung vollständig zu erfüllen, wenn man sagte: die Einheit des Längenmaaßes soll der zehnmillionste Theil des Erdmeridians-Quadranten sein. Nun aber wurde die Größe dieses Quadranten zu 5130740 Toisen berechnet (§ 25), daher: Werth der Längenmaaß-Einheit, des Mètre, in alt-französischem Maaß $= 0^t,513074$ (§ 3).

2. Es fragt sich, ob diese Einheit eine unveränderliche Größe, ein Urmaaß sei? Unbedenklich würde sie es sein, wenn der Werth des Quadranten unveränderlich wäre, — und dieser Werth würde unveränderlich sein, wenn der, bei seiner Berechnung zum Grunde gelegte Werth des Abplattungs-Exponenten unveränderlich wäre.

3. Ist dieses nicht der Fall, erleidet $m = 334$ irgend eine Modifikation, so zerfällt das, mit außerordentlichem Müh- und Kostenaufwand errichtete Gebaüde des, aus den Dimensionen der Erde entnommenen, Urmaaßes in sich, und dieses Urmaaß nimmt den Karakter der Willkür fast in derselben Ausdehnung an, wie jede andere Einheit von Maaßen, die, durch Jahrhunderte langen Gebrauch gleichsam geheiligt, das historische Recht auf ihrer Seite haben.

4. Um den wahrscheinlichsten Werth der Abplattung und des Erdhalbmessers zu gewinnen, setzt man in die sphäroidischen Formeln (§ 24, 25) für G und φ alle Werthe der zuverlässigsten Gradmessungen, wodurch sich für die Berechnung von x und y (Formel V. u. VI. § 24) eben so viele Gleichungen ergeben, als Messungen vorhanden sind. Nun berechnet man die Werthe von x und y dergestalt, daß, wenn für x, y und φ ihre Werthe in die Gleichung gesetzt werden, die Summe der Quadrate der Unterschiede zwischen den berechneten und gemessenen Größen von G zum Minimum, oder, was dasselbe sagen will, daß jene Unterschiede $= 0$ werden. Dieses Verfahren durch Rechnung zu bestimmen, welches Resultat bei Berücksichtigung sämmtlicher Beobachtungen das wahrscheinlichste sei, ist eine Erfindung der neüern Zeit (Gauß 1795, Legendre 1806) und unter dem Namen der Methode der kleinsten Quadrate bekannt.

5. Mit Benutzung dieser Methode haben Walbeck (1819) und Schmidt (1828) die zuverlässigsten Breiten-Gradmessungen, die peruanische, die ostindische,