§ 35. Reduktion der, aus geodätischen Operationen, unter Voraussetzung einer gewissen Abplattung, hergeleiteten geographischen Positionen auf ein Ellipsoid von andrer Form.

1. Da heűtzutage die geographischen Ortsbestimmungen meistentheils (mindestens in Eűropa) aus geodätischen Operationen durch rechtwinklige oder Polar-Koordinaten hergeleitet werden, so sollte man eigentlich bei jeder dieser Positionen angeben, für welches ideelle Rotations-Ellipsoid ihr Werth gültig sei; denn es leűchtet ein, daß die Endpunkte einer geodätischen Linie auf einem Sphäroid von $1/_{289}$ Abplattung eine andere geographische Lage haben werden, als auf einem Ellipsoid von $1/_{308}$, $1/_{310}$ oder $1/_{334}$ Abplattung.

2. Ist der Werth der Abplattung angegeben, so kann man die Positionen, welche verschiedenen Idealen des Sphäroids angehören, auf ein einziges Ideal zurückführen, und daher verschiedene Dreiecks-Operationen in den genauesten Zusammenhang bringen. Die Aufgabe stellt sich mithin so:

3. Es sind die Breiten und Längen der Punkte eines Dreiecknetzes gegeben, die auf einem ideellen Ellipsoid von α Abplattung berechnet sind; man soll auf dem kürzesten Wege finden, welchen Werth diese geographischen Elemente erhalten, wenn die Abplattung $\alpha' = \alpha + d\alpha$ ist. Puissant schlägt zur Lösung dieser Aufgabe folgenden Weg ein:

4. Es seien φ, φ' die Breiten, und λ, λ' die Längen von zwei beliebigen Punkten eines Rotations-Ellipsoids, von dem α die Abplattung ist, **Q** sei der Quadrant des Meridians und **a** der Halbmesser des Aequators. Nennen wir überdem **A** den Unterschied der Parallelen dieser Punkte, **B** die Differenz ihrer Meridiane, auf dem Parallel gemessen, der durch die Breite φ gegeben ist, so haben wir die Gleichungen:

$$A = \frac{Q}{90}(\varphi' - \varphi)\, 3\alpha \frac{Q}{\pi} \sin.(\varphi' - \varphi) \cos.(\varphi' - \varphi),$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{180\,B}{\pi\, a \cos.\varphi}(1 - 2\sin.^2),$$

in denen π das Verhältniß des Umfanges zum Durchmesser bezeichnet.

5. Nimmt man nun an, die Breite φ und die Länge λ seien die Fundamentalgrößen, die zur Berechnung von φ' und λ' gedient haben, so ist es, wie schon gesagt, klar, daß diese letzteren Größen sich verändern, wenn α verändert wird; und eben derselbe Fall findet mit **Q** und **a** Statt. Differenzirt man und läßt die Größen zweiter Ordnung außer Acht: so erhält man:

$$d\varphi' = \frac{3.90}{\pi} d\alpha \sin.(\varphi' - \varphi) \cos.(\varphi' - \varphi) - \frac{dQ}{Q}(\varphi' - \varphi) \ldots\ldots \mathrm{I},$$

$$d\lambda' = -(\lambda' - \lambda)\left\{ d\alpha \sin.^2\varphi (1 + \alpha \sin.^2\varphi) + \frac{da}{a} \right\};$$

und weil, nach anderm Ausdruck als § 24, Formel XIV. gegeben,

$$a = \frac{2Q}{\pi}(1 + 1/_2\,\alpha),$$

so wird

$$\frac{da}{a} = 1/_2\, d\alpha + \frac{dQ}{Q};$$

und daraus

$$d\lambda' = -(\lambda' - \lambda)\, d\alpha\, (\sin.^2\varphi + 1/_2) - (\varphi' - \varphi)\frac{dQ}{Q} \ldots\ldots\ldots \mathrm{II}.$$

6. Das sind die beiden Korrektions-Gleichungen, die man anwenden muß, wenn geodätisch gefundene Positionen, die nicht alle nach einer und derselben Abplattungs-Hypothese berechnet worden sind, streng mit einander verglichen werden sollen.