4. Und wird in diese Gleichung der obige Ausdruck für $\frac{1}{2}$C gesetzt, so haben wir:

$$H = \frac{k \sin.\left(90 - z + \frac{z+z'}{2} - 90\right)}{\sin.\left[z - \left(\frac{z+z'}{2} - 90\right) - \frac{1}{2}C\right]} = \frac{k \sin.\left(\frac{z+z'}{2} - z\right)}{\sin.\left(90 + z - \frac{z+z'}{2} - \frac{1}{2}C\right)} =$$

$$= \frac{k \sin.\left(\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}z' - z\right)}{\sin.\left(90 + z - \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}z' - \frac{1}{2}C\right)} = \frac{k \sin.\left(\frac{1}{2}z' - \frac{1}{2}z\right)}{\sin.\left[90 - \left(\frac{1}{2}z' - \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}C\right)\right]},$$

folglich

$$H = k \cdot \frac{\sin. \frac{1}{2}(z' - z)}{\cos. \frac{1}{2}(z' - z + C)} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{III.}$$

§ 38. Einfluß der Strahlenbrechung auf das Höhenmessen.

1. Die vorstehenden Gleichungen würden zur Bestimmung der Niveau-Unterschiede vollkommen ausreichen, wenn z und z′ wahre Zenith-Abstände wären; allein dies ist nicht der Fall: sie sind nur scheinbare, da die Lichtstrahlen von dem Gegenstande, dessen Zenithdistanz gemessen wird, auf bogenförmigem Wege in unser Auge gelangen. Die scheinbare Zenithdistanz ist daher wegen der irdischen Strahlenbrechung zu verbessern, die den Gegenstand über den Horizont erhebt (§ 13). Der Höhenwinkel wird durch die irdische Refraktion zu groß, daher die Zenithdistanz zu klein.

2. Es sei der Winkel, um welchen die Gegenstände durch die Brechung der Lichtstrahlen über den Horizont erhoben werden, ϱ, die gemessene scheinbare Zenithdistanz δ, so ist die wahre

$$z = \delta + \varrho; \qquad z' = \delta' + \varrho';$$

und setzt man diese Ausdrücke in die Gleichungen II. und III. (§ 37), so erhalten diese folgende Form:

$$H = k \cdot \frac{\cos. \delta + \varrho - \frac{1}{2}C)}{\sin. (\delta + \varrho - C)} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{IV.}$$

$$H = k \cdot \frac{\sin. \frac{1}{2}[\delta' + \varrho' - (\delta + \varrho)]}{\cos. \frac{1}{2}[\delta' + \varrho' - (\delta + \varrho) + C]} \dots\dots\dots\dots \text{V.}$$

3. Nach den Eigenschaften der Bahn des Lichts durch die Luft, steht die Refraktion nahe an der Erdfläche zwischen zwei Punkten, zu dem Winkel, den ihre Vertikalen am Mittelpunkt der Erde bilden, in einem konstanten Verhältnisse. Es sei $\frac{\varrho}{C} = \alpha$, so ist α eine beständige Zahl, und $\varrho = \alpha C$.

4. Substituiren wir diesen Werth in die Formel IV, indem wir, in dem Nenner, für C wiederum die beiden Hälften setzen, so ist:

$$H = \frac{k . \cos. (\delta + \alpha C - \frac{1}{2}C)}{\sin. (\delta + \alpha C - \frac{1}{2}C - \frac{1}{2}C)} = \frac{k \cos. [\delta - (\frac{1}{2} - \alpha) C]}{\sin[\delta - (\frac{1}{2} - \alpha) C - \frac{1}{2}C)}.$$

5. Und bezeichnet man den Werth von $\frac{1}{2} - \alpha$, d. i. den Koeffizienten der Refraktion, allgemein mit n, so haben wir

$$H = \frac{k \cos. (\delta - nC)}{\sin. (\delta - nC - \frac{1}{2}C)} = \frac{k \cos. (\delta - nC)}{\sin. [\delta - (n + \frac{1}{2}) C]} \dots\dots\dots\dots \text{VI.}$$

6. Weil aber $\varrho = \alpha C$, demnach der Betrag der Strahlenbrechung ein aliquoter Theil des Bogens, und α bei gleichzeitiger Beobachtung der scheinbaren gegenseitigen Zenithabstände eine konstante Größe ist, so ist die Refraktion bei gleichen Bogen gegenseitig gleich, daher zwischen zwei Orten $\varrho = \varrho'$.